Wstęp do Optyki i Fizyki Materii Skondensowanej 2020/21

(40 punktów)

Zadanie 3.1

Znajdź wartość gradientu pola magnetycznego umożliwiającego lewitację (tzn. kompensację przyśpieszenia ziemskiego) dla potasu-40 w stanie podstawowym $^2S_{1/2}$ (tzn. w tym przypadku dla poziomu z większym całkowitym momentem pędu F i m_F, gdyż ^{40}K ma odwróconą strukturę nadsubtelną w stanie podstawowym). Przydatna może być informacja, że stan $^2P_{3/2}$ ma poziomy o całkowitym momencie pędu $F = 5/2, 7/2, 9/2, 11/2$. (10 punktów)

$$g_j = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

$$g_f = g_j \frac{F(F+1) - I(I+1) + J(J+1)}{2F(F+1)}$$

Masa protonu: $1,67 \cdot 10^{-27}$ kg
Magneton Bohra: $9,27 \cdot 10^{-24}$ J/T

Zadanie 3.2

Rozważmy cząsteczkę dwuatomową z jądrami o masach m_1 i m_2, opisaną równaniem Schrödingera dla siły centralnej

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\Big(r^2\frac{d\Psi(r)}{dr}\Big) + \underbrace{\Big[V(r) + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2}\Big]}_{V_{efekt}(r)}\Psi(r) = E\Psi(r),$$

gdzie $V(r)$ to potencjał opisujący oddziaływanie pomiędzy atomami w cząsteczce. Potencjał ten można przybliżyć jako:

$$V(r) = -2V_0\Big(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{2\rho^2}\Big),$$

gdzie $\rho = r/a$, zaś a jest parametrem określającym jakąś charakterystyczną długość powiązaną ze strukturą cząsteczki.

a) Wykorzystując rozwinięcie potencjału efektywnego $V_{efekt}(r)$ w okolicach położenia równowagi pokaż, że powyższe równanie falowe można zredukować do równania oscylatora harmonicznego i wyznacz częstotliwość charakterystyczną tego oscylatora. Możesz wprowadzić zmienną $B = l(l+1)\hbar^2/(2\mu a^2 V_0)$. (10 punktów)

b) Zakładając, że $\hbar^2/2\mu \gg a^2 V_0$ znajdź energie rotacyjne i wibracyjne cząsteczki. (10 punktów)

Zadanie 3.3

Potencjał Lennarda-Jonesa

$$V(r) = \frac{C_{12}}{r^{12}} - \frac{C_6}{r^6}$$

jest często stosowany do modelowania cząsteczek dwuatomowych. W okolicach położenia równowagi r_0 potencjał L-J może być przybliżony potencjałem harmonicznym. Pokaż, że po uwzględnieniu pierwszej poprawki anharmonicznej potencjał L-J przyjmuje postać

$$V(x) = V_0 + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 + \xi x^3$$

.

Wyznacz r_0, V_0, ω i ξ w funkcji współczynników C_6 i C_{12}. (10 punktów)

Zadanie 3.4

Rozważmy atom (a właściwie jon) powstały z przyłączenia cząstki Ω^- (cząstka omega minus z ładunkiem $-e$) do jądra atomu ołowiu ($_{82}$Pb, $Z = 82$, $A = 120$). Oblicz rozszczepienie poziomu $n = 10$, $l = 9$ takiego atomu wynikające z oddziaływania spin-orbita. W tym przypadku poziom $(n, l) = (10, 9)$ rozszczepi się na cztery podpoziomy o określonych całkowitych momentach pędu j. Laser produkujący światło o jakiej długości fali jest niezbędny do wzbudzenia przejść pomiędzy dowolnie wybranymi poziomami j i $j + 1$?

Spin cząstki Ω^- wynosi 3/2 a jej masa $m = 1672$ MeV/c^2. Potraktuj opisany atom jako układ wodoropodobny w stanie z liczbami kwantowymi (n, l) i z elektronem zastąpionym przez Ω^-. Wszystkie niezbędne do rozwiązania problemu równania znajdują się na slajdach z wykładu 4. Zwróć uwagę na modyfikację równań wynikającą z ładunku jądra i użycia m zamiast m_e! Energie otrzymanych podpoziomów wyraź w eV. (10 punktów)