Wstęp do Optyki i Fizyki Materii Skondensowanej 2020/21

(30 punktów)

Zadanie 1.1

Rozważmy pole jednomodowe w ośrodku nieliniowym opisanym przez Hamiltonian:

$$\hat{H} = \hbar[\omega \hat{a}^\dagger \hat{a} + \lambda(\hat{a}^\dagger \hat{a})^2]$$

a Oblicz stan $|\alpha, t\rangle$ będący wynikiem ewolucji stanu początkowego $|\alpha\rangle$ pod wpływem powyższego Hamiltonianu? Dla ułatwienia:

$$|\alpha, t\rangle = e^{-i\hat{H}t/\hbar}|\alpha\rangle$$

(3 punkty)

b Pomijając obrót stanu koherentnego (reprezentowany przez $e^{-i\omega t}$), czy otrzymany w (a) stan jest periodyczny? Jeśli tak, jaka jest jego periodyczność? (Dla uproszczenia możesz założyć $\omega \to 0$, co jest równoznaczne obliczeniom w obrazie oddziaływania) (4 punkty)

c Wyraź $|\alpha, t\rangle$ dla $t = \frac{\pi}{2\lambda}$ jako sumę dwóch stanów koherentnych. Wskazówka: rozważ oddzielnie stany z parzystym i nieparzystym n. Jeżeli otrzymany stan jest nieklasyczny, to czy przypomina on jakiś bardzo dobrze znany w literaturze (i często dyskutowany w podręcznikach) stan kwantowomechaniczny? (5 punktów)

Zadanie 1.2

Oblicz komutator $[\hat{n}, \hat{B}_\mathrm{y}]$. Użyj $\hat{B}_\mathrm{y}$ podanego na slajdzie 22 z wykładu 1. (2 punkty)

Zadanie 1.3

w 1970 roku Arthur Ashkin zademonstrował pułapkowanie sfer dielektrycznych o średnicy rzędu 1 μm przy wykorzystaniu skupionej wiązki laserowej (A. Ashkin, Phys. Rev. Lett. 24, 156 (1970)). Było to pierwsza demonstracja tzw.

szczypiec optycznych (ang. optical tweezers), które znalazły szerokie zastosowanie zarówno w fizyce jak i w biologii - w efekcie Arthur Ashkin został nagrodzony Nagrodą Nobla z fizyki w 2018 roku.

Szczypce optyczne, w fizyce atomowej często określane też optycznymi pułapkami dipolowymi, są niezastąpionym narzędziem w eksperymentach, w których pułapkowane są atomy. Typowo do pułapkowanie wykorzystuje się wiązki gaussowskie, których rozkład natężenia opisuje wzór:

$$I(r,z) = \frac{2P}{\pi w^2(z)} e^{-2\frac{r^2}{w^2(z)}},$$

w którym r to współrzędna radialna zaś promień $1/e^2$ $w(z)$ zależy od współrzędnej z wzdłuż wiązki i wynosi:

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + (\frac{z}{z_R})^2}.$$

W powyższym najmniejsza średnica wiązki wynosi $2r$ zaś $z_R = \pi w_0^2/\lambda$ jest długością Rayleigha wiązki o długości fali λ.

a Wyznacz częstotliwości ω_r oraz ω_z (odpowiednio, radialną oraz wzdłuż kierunku propagacji wiązki z) drgań zimnych atomów spułapkowanych w wytworzonej przez wiązkę gaussowską pułapce dipolowej zakładając, że zimne atomy przebywają głównie w okolicach minimum potencjału pułapkujacego oraz że głębokość $U(r)$ pułapki dipolowej wynosi:

$$U(r) = \frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \frac{\Gamma}{\Delta} I(r).$$

W powyższym c jest prędkością światła, Γ szerokością naturalną przejścia o częstotliwości ω_0 zaś Δ jest odstrojeniem pułapki od ω_0. (12 punktów)

b Oblicz częstotliwości pułapki (podaj wartośi liczbowe) dla przykładowych, realistycznych, parametrów pułapki dla atomu rubidu (^{87}Rb). (4 punkty)